



Ordonnancement de tâches détériorables : état de l'art

TIGANE Meriem^{a,b}, BOUDHAR Mourad^b
et DAHANE Mohammed^c

^aEcole Supérieure en Sciences Appliquées d'Alger, Algeria.

^bRECITS Laboratory, USTHB, BP 32 Bab-ezzouar, Algiers, Algeria.

^cUniversité de Lorraine, LGIPM, 1 Route d'Ars Laquenexy,
CS65820, 57078, Metz, France.

mtigane@usthb.dz, mboudhar@usthb.dz,
mohammed.dahane@univ-lorraine.fr

Abstract: In the last decades, many researchers have considered scheduling problems where the processing times of jobs vary over time. We present in this framework a state of the art on such problems.

Keywords: scheduling, deteriorating jobs

Résumé : Ces dernières décennies, plusieurs chercheurs ont étudié des problèmes d'ordonnancement dans lesquels le temps d'exécution des tâches est variable. On présente dans cet article un état de l'art sur ce sujet.

Mots clés : ordonnancement, tâche détériorable

1 Introduction

Un problème d'ordonnancement consiste à planifier et allouer à travers le temps des ressources pour le traitement d'un ensemble de tâches. Une tâche est définie par la donnée de certains paramètres dont le temps de traitement.

Dans les problèmes d'ordonnancement classiques, le temps de traitement est considéré fixe. Mais dans la réalité, il existe certains modèles où le temps de traitement d'une tâche peut varier selon certains facteurs tel que le temps. On peut citer par exemple le temps de traitement des laminoirs d'acier où le temps nécessaire à la fabrication augmente avec la baisse de la température ou en agriculture où la moisson diminue avec la baisse de la récolte. De telles tâches sont appelées tâches détériorables.

Dans la section suivante, on présente un état de l'art des recherches effectuées sur les problèmes d'ordonnancement considérant des tâches détériorables.

2 Etat de l'art

Le problème d'ordonnancement de tâches détériorables (DJSP : deteriorating jobs scheduling problem) a été introduit par Browne and Yechiali [6] dans lequel on considère un modèle stochastique où on doit ordonnancer un ensemble de n tâches à temps d'exécution variables dont l'objectif est de déterminer un ordonnancement qui minimise le temps d'exécution total (makespan). Ce problème a été traité indépendamment par Gupta and Gupta [17], Tanaev et al. [39].

Dans ces modèles, on considère que le temps d'exécution est une fonction linéaire en fonction du temps donnée par la formule $p_i = p_i^0 + \alpha_i t_i$, où $p_i, p_i^0, \alpha_i, t_i$ représentent respectivement le temps d'exécution actuel, le temps d'exécution initial, le taux de détérioration et le début du temps d'exécution de la tâche T_i . Dans ce cas, le makespan n'est plus un résultat indépendant de la règle d'ordonnancement utilisée lorsque la préemption et le temps d'attente ne sont pas autorisés. Browne and Yechiali [6] montrent que l'ordonnancement optimal est obtenu en ordonnant les tâches selon l'ordre croissant de p_i^0/α_i .

Alidaee and Landram [1], Gawiejnowicz and Pankowska [16] ont proposé des heuristiques pour le problème $1|p_i^0 + \alpha_i t|C_{max}$. Cheng and Ding [12] ont prouvé que le problème $1|p_i^0 + \alpha_i t, r_i|C_{max}$ est NP-difficile au sens fort même pour $a_i^0 = 1$ et que $1|p_i^0 + \alpha_i t, r_i \in \{0, R\}|C_{max}$ est au-moins NP-difficile même pour $a_i^0 = 1$. Un algorithme Branch and Bound a été proposé par Lee et al. [29]. Wang et al. [43] ont prouvé qu'il existe un ordonnancement optimal pour le problème $1|p_i^0 + \alpha_i t, prec|C_{max}$ lorsque la relation de précedence est sous forme de chaînes et présentent un algorithme polynomial lorsqu'elle est sous forme de graphe séries parallèles. Bahalke et al. [5] proposent des algorithmes basés sur la recherche tabou et l'algorithme génétique pour $1|p_i^0 + \alpha_i t, st|C_{max}$. Zhang et al. [48] considèrent le problème $1|p_i^0 + \alpha_i t, ma, d|C_{max}$, où d est une fonction positive croissante, convexe et dérivable et prouvent que le problème est NP-difficile lorsque le

nombre de maintenance est variable et NP -difficile lorsqu'il est fixé et présentent un algorithme pseudo-polynomial pour ce dernier. Zhang et al. [48] prouvent que le problème $1|p_i^0 + \alpha t, ma, d = sx + q|C_{max}$, où $q \geq 0$ et x représente le temps d'exécution total entre les activités de maintenance, peut être résolu en $O(n^2)$.

Hsieh and Bricker [18] proposent des heuristiques pour le problème $P_m|p_i^0 + \alpha_{ij}t|C_{max}$. Pour le problème $F_m|p_i^0 + \alpha_{ij}t|C_{max}$, un algorithme branch and bound est proposé par Jafari et al. [20] pour le cas $m = 2, \alpha_{ij} = \alpha_i$ et par Wang and Wang [40] pour le cas $m = 3, \alpha_{ij} = \alpha$.

Certains chercheurs ont étudié le problème en considérant d'autres critères d'optimalité, on peut citer : Temps de séjour total [10, 18, 32, 48], temps de séjour pondéré [4, 13, 19, 26], grande tardiveté [3], nombre de tâches en retard [13, 30].

La fonction de temps a été simplifiée par Mosheiov [33] en supposant qu'il n'y avait pas de temps d'exécution initial l'expliquant par le fait que plus le nombre de tâches augmente, plus le temps d'exécution des tâches sera retardée et leur temps d'exécution basique devient non pertinent. Gawiejnowicz [15] prouve que le problème $1|\alpha_i t, r_i, d_i|C_{max}$ est NP -difficile au sens fort lorsque r_i, d_i sont arbitraires et NP -difficile lorsque $r_i \in \{r_1, r_2\}, d_i \in \{d_1, d_2\}$. Lee and Wu [27] proposent un algorithme de programmation en nombre entiers pour le problème $1|\alpha_i t, ma, resumable|C_{max}$, où $[a_1, a_2]$ est la période d'indisponibilité de la machine. Gawiejnowicz [15] prouve que le problème $1|\alpha_i t, ma, k, non-resumable|C_{max}$, où k désigne le nombre de périodes de maintenance est NP -difficile lorsque $k = 1$ et NP -difficile au sens fort lorsque k est arbitraire. Ji et al. [23] présentent un algorithme approché en temps pseudo polynomial. Ils présentent aussi un algorithme en-ligne de ratio b_1/t_0 , où b_1 représente le début de la maintenance, et un FPTAS dans le cas hors-ligne en $O(\frac{n^2}{\epsilon})$ pour le cas $k = 1$.

Mosheiov [35] prouve que le problème $P_m|\alpha_{ij}t|C_{max}$ est NP -difficile même pour $m = 2$, Ji and Cheng [22] prouvent que le problème $P|\alpha_{ij}t|C_{max}$, où le nombre de machines est arbitraire, est NP -difficile au sens fort lorsque le nombre est arbitraire et qu'aucun algorithme polynomial approché n'existe. Ren and Kang [37] proposent un FPTAS pour le cas où $m = 2$ et le généralisent pour le cas où le nombre de machines est m . Lee and Wu [28] montrent que le problème $P_m|\alpha_{ij}t, ma|C_{max}$ avec une seule période de maintenance, est NP -difficile et proposent des heuristiques.

Mosheiov [36] montre que les problèmes $F_m|\alpha_{ij}t|C_{max}$ sont NP -difficiles pour $m \geq 3$ et présente des heuristiques pour chaque cas et montre que $J_m|\alpha_{ij}t|C_{max}$ est NP -difficile même pour $m = 2$. Zhao and Tang [49] montrent que le problème $F_2|\alpha_{ij}t, prec|C_{max}$ est NP -difficile au sens fort lorsque la relation est de type 2 et présentent un algorithme optimal pour le cas où la relation de précédence est de type 1. Wang and Xia [41] proposent des heuristiques pour le problème $F_m|\alpha_{ij}, dominance|C_{max}$ en considérant différents cas de dominance.

Certains chercheurs ont étudié le problème en considérant d'autres critères d'optimalité, on peut citer : Temps de séjour total [9, 14, 22, 23, 33, 42], temps de séjour pondéré [13, 33, 41], grande tardiveté [33, 41], nombre de tâches en retard [8, 33].

D'autres modèles de fonction de temps d'exécution dépendante du temps ont été considérés. Des fonctions linéaires (voir Cai et al. [7], Cheng and Ding [11], Gupta and Gupta [17], Li et al. [31], Wang et al. [45]), fonctions non linéaires (voir Alidaee and Womer [2], Cheng et al. [13], Ji and Cheng [21], Kubiak and van de Velde [24], Kunnathur and Gupta [25], Mosheiov [34], Sedding and Jaehn [38]).

D'autres chercheurs ont considéré que le temps d'exécution dépendant de la position de la tâche dans l'ordonnancement, on peut citer Yang and Kuo [47] ou dépendantes du temps et de la position [44, 46, 47].

Références

- [1] B. Alidaee and F. Landram. Scheduling deteriorating jobs on a single machine to minimize the maximum processing times. *International journal of systems science*, 27(5) :507–510, 1996.
- [2] B. Alidaee and N. K. Womer. Scheduling with time dependent processing times : Review and extensions. *The Journal of the Operational Research Society*, 50(7) : 711–720, 1999.
- [3] A. Bachman and A. Janiak. Minimizing maximum lateness under linear deterioration. *European Journal of Operational Research*, 126(3) :557–566, 2000.
- [4] A. Bachman, A. Janiak, and M. Y. Kovalyov. Minimizing the total weighted completion time of deteriorating jobs. *Information Processing Letters*, 81(2) :81–84, 2002.
- [5] U. Bahalke, A. Yolmeh, and K. Shahanaghi. Meta-heuristics to solve single-machine scheduling problem with sequence-dependent setup time and deteriorating jobs. *The international journal of advanced manufacturing technology*, 50(5) :749–759, 2010.
- [6] S. Browne and U. Yechiali. Scheduling deteriorating jobs on a single processor. *Oper. Res.*, 38(3) :495–498, 1990.
- [7] J. Y. Cai, P. Cai, and Y. Zhu. On a scheduling problem of time deteriorating jobs. *Journal of complexity*, 14(2) :190–209, 1998.
- [8] Z. L. Chen. A note on single-processor scheduling with time-dependent execution times. *Operations Research letters*, 17 :127–129, 1995.
- [9] Z. L. Chen. Parallel machine scheduling with time dependent processing times. *Discrete Applied Mathematics*, 70(1) :81–93, 1996.
- [10] T. Cheng and Q. Ding. Single machine scheduling with deadlines and increasing rates of processing times. *Acta Informatica*, 36(9) :673–692, 2000.
- [11] T.C.E. Cheng and Q. Ding. The complexity of single machine scheduling with two distinct deadlines and identical decreasing rates of processing times. *Computers and Mathematics with Applications*, 35(12) :95–100, 1998.

- [12] T.C.E. Cheng and Q. Ding. The complexity of scheduling starting time dependent tasks with release times. *Information Processing Letters*, 65(2) :75–79, 1998.
- [13] T.C.E. Cheng, Q. Ding, and B.M.T Lin. A concise survey of scheduling with time-dependent processing times. *European Journal of Operational Research*, 152(1) :1–13, 2004.
- [14] B. Fan, S. Li, L. Zhou, and L. Zhang. Scheduling resumable deteriorating jobs on a single machine with non-availability constraints. *Theoretical Computer Science*, 412(4) :275–280, 2011.
- [15] S. Gawiejnowicz. Scheduling deteriorating jobs subject to job or machine availability constraints. *European Journal of Operational Research*, 180(1) :472–478, 2007.
- [16] S. Gawiejnowicz and L. Pankowska. Scheduling jobs with varying processing times. *Information Processing Letters*, 54(3) :175–178, 1995.
- [17] J. N. D. Gupta and S. K. Gupta. Single facility scheduling with nonlinear processing times. *Computers and Industrial Engineering*, 14(4) :387–393, 1988.
- [18] Y. S. Hsieh and D. L. Bricker. Scheduling linearly deteriorating jobs on multiple machines. *Computers and Industrial Engineering*, 32(4) :727–734, 1997.
- [19] C. J. Hsu, M. Ji, J. Y. Guo, and D. L. Yang. Unrelated parallel-machine scheduling problems with aging effects and deteriorating maintenance activity. *Information Sciences*, 253 :163–169, 2013.
- [20] A. Jafari, H. Khademi Zare, M.M. Lotfi, and R. Tavakkoli-Moghaddam. A note on "minimizing makespan in three machine flow shop with deteriorating jobs". *Computers and Operations Research*, 72 :93–96, 2016.
- [21] M. Ji and T.C.E. Cheng. An fptas for scheduling jobs with piecewise linear decreasing processing times to minimize makespan. *Information Processing Letters*, 102(2) :41–47, 2007.
- [22] M. Ji and T.C.E. Cheng. Parallel-machine scheduling of simple linear deteriorating jobs. *Theoretical Computer Science*, 410(38) :3761–3768, 2009.
- [23] M. Ji, Y. He, and T.C.E. Cheng. Scheduling linear deteriorating jobs with an availability constraint on a single machine. *Theoretical Computer Science*, 362(1) :115–126, 2006.
- [24] W. Kubiak and S. van de Velde. Scheduling deteriorating jobs to minimize makespan. *Naval Research Logistics : an International Journal*, 45(5) :511–523, 1998.
- [25] A. S. Kunnathur and S. K. Gupta. Minimizing the makespan with late start penalties added to processing times in a single facility scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 47(1) :56–64, 1990.
- [26] W. Kuo and D. L. Yang. Parallel-machine scheduling with time dependent processing times. *Theoretical Computer Science*, 393(1) :204–210, 2008.

- [27] W. C. Lee and C. C. Wu. Scheduling linear deterioration jobs to minimize makespan with an availability constraint on a single machine. *Information processing letters*, 87 :89–93, 2003.
- [28] W. C. Lee and C. C. Wu. Multi-machine scheduling with deteriorating jobs and scheduled maintenance. *Applied mathematical modelling*, 32(3) :362–373, 2008.
- [29] W. C. Lee, C. C. Wu, and Y. H. Chung. Scheduling deteriorating jobs on a single machine with release times. *Computers and Industrial Engineering*, 54(3) :441–452, 2008.
- [30] W. C. Lee, W. C. Yeh, and Y. H. Chung. Total tardiness minimization in permutation flowshop with deterioration consideration. *Applied Mathematical Modelling*, 38(13) : 3081–3092, 2014.
- [31] Y. Li, G. Li, L. Sun, and Z. Xu. Single machine scheduling of deteriorating jobs to minimize total absolute differences in completion times. *International Journal of Production Economics*, 118(2) :424–429, 2009.
- [32] G. Mosheiov. V-shaped policies for scheduling deteriorating jobs. *Operations Research*, 39(6) :979–991, 1991.
- [33] G. Mosheiov. Scheduling jobs under simple linear deterioration. *Computers and Operations Research*, 21(6) :653–659, 1994.
- [34] G. Mosheiov. Scheduling jobs with step-deterioration ; minimizing makespan on a single and multi-machine. *Computer and industrial engineering*, 28(4) :869–879, 1995.
- [35] G. Mosheiov. Multi-machine scheduling with linear deterioration. *INFOR : Information Systems and Operational Research*, 36(4) :205–214, 1998.
- [36] G. Mosheiov. Complexity analysis of job-shop scheduling with deteriorating jobs. *discrete applied mathematics*, 117(1-3) :195–209, 2002.
- [37] C. R. Ren and L. Y. Kang. An approximation algorithm for parallel machine scheduling with simple linear deterioration. *Journal of Shanghai University*, 11(4) :351–354, 2007.
- [38] H. Sedding and F. Jaehn. Single machine scheduling with nonmonotonic piecewise linear time dependent processing times. In *Proceedings of the 14th international conference on project management and scheduling*, volume 14, pages 222–225, 2014.
- [39] V. S. Tanaev, V. S. Gordon, and Y. M. Shafransky. *Scheduling Theory. Single-Stage Systems*, volume 284. Springer Netherlands, 1994.
- [40] J. B. Wang and M. Z. Wang. Minimizing makespan in three machine flow shops with deteriorating jobs. *Computers and operations research*, 40(2) :547–557, 2013.
- [41] J. B. Wang and Z. Q. Xia. Flow shop scheduling with deteriorating jobs under dominating machines. *Omega*, 34(4) :327–336, 2006.
- [42] J. B. Wang, C.T. Daniel Ng, T.C.E. Cheng, and L. L. Liu. Minimizing total completion time in a two-machine flow shop with deteriorating jobs. *Applied Mathematics and Computation*, 180(1) :185–193, 2006.

-
- [43] J. B. Wang, C.T. Ng, and T.C.E. Cheng. Single-machine scheduling with deteriorating jobs under a series parallel graph constraint. *Computers and Operations Research*, 35(8) :2684–2693, 2008.
- [44] X. Wang and T.C.E. Cheng. Single-machine scheduling with deteriorating jobs and learning effects to minimize the makespan. *European Journal of Operational Research*, 178(1) :57–70, 2007.
- [45] X. Wang, X. Huang, and J. Wang. Single-machine scheduling with linear decreasing deterioration to minimize earliness penalties. *Applied Mathematical Modelling*, 35(7) :3509–3515, 2011.
- [46] Y. Wu, M. Wang, and J. Wang. Some single-machine scheduling with both learning and deterioration effects. *Applied Mathematical Modelling*, 35(8) :3731–3736, 2011.
- [47] D. L. Yang and W. H. Kuo. Scheduling with deteriorating jobs and learning effects. *Applied Mathematics and Computation*, 218(5) :2069–2073, 2011.
- [48] X. Zhang, Y. Yin, and C. Wu. Scheduling with non decreasing deterioration jobs and variable maintenance activities on a single machine. *Engineering Optimization*, 48 :1–14, 2016.
- [49] C. Zhao and H. Tang. Two machine flow shop scheduling with deteriorating jobs and chain precedence constraints. *International journal of production economics*, 136(1) :131–136, 2012.